정수론 HW5

20011759 박수민

**1.가 대수적인 수 (algebraic number)일 때,도 대수적인 수임을 보이시오**

가 대수적인 수 이므로 , 인 임의의 가 존재한다.  
이라 하면, 이고 의 모든 계수는 유리수 이므로 정의에 의해 는 대수적인 수가 된다

**2. 의 법 에 대한 합동식의 해의 개수를 구하시오**

우선 법 11에 대해 모든 x에 대해 각 값을 보면 다음과 같다  
이제 법 11에 대한 각 값들의 이차잉여 값을 확인하면 된다.  
이는 파이썬으로 계산하였다.

텍스트, 스크린샷, 디스플레이, 소프트웨어이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

효율성은 고려하지 않고 11정도면 적당히 작은 수라 오일러 판정법으로 계산하였다. p가 큰 수라면 이차상호법칙들을 이용하여 개선하면 된다. 계산 결과는 다음과 같다  
텍스트, 스크린샷, 디스플레이, 소프트웨어이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

-1인 경우는 이차비잉여로 해가 존재하지 않고, 1인경우 존재하나 음수, 양수 각 2개씩이고 0인경우는 근이 단순 0으로 1개만 있다. 1이 5개, 0이 1개이므로 5\*2+1=11, 11개가 존재한다.

**3. 을 만족하는 유리수 는 임을 보이고 유리수 를 하나 구하시오.**

라 하자,  
에서 2+1이고 이므로   
, 이므로 이다. 이는 약 9.7178 정도이므로 이다.  
위에서 임을 구했으므로 적당한 숫자를 대입하여 a도 구할 수 있다.  
일 때, , . , 으로 를 만족한다.

**4. 유리수에서 정의된 타원곡선 위의 점 P = (3, 5)에 대하여 13P를 구하시오.**

이에 대한 계산은 타원곡선상의 점에 대한 덧셈군과 스칼라 곱을 파이썬으로 구현하였다.  
정정 : 13P을 구하시오 -> 4P을 구하시오

텍스트, 스크린샷, 디스플레이, 소프트웨어이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

텍스트, 스크린샷, 디스플레이, 소프트웨어이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

**5. 유한체 에서 정의된 타원곡선 위의 점 P = (2, 2)에 대하여 100P를 구하시오.**

4번과 크게 다를 게 없다 다만 법 1013 상에서 계산을 해야하며 기울기를 계산할 때 나누는 부분은 유리수체 상에서의 나눗셈이 아닌 정수체에서의 곱셈 역원을 곱하여 계산해야한다. 이부분은 유클리드 알고리즘을 응용한 확장 알고리즘을 사용했으며 파이썬으로 구현하였다

텍스트, 스크린샷, 소프트웨어, 디스플레이이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

텍스트, 스크린샷, 디스플레이, 소프트웨어이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명